



اهمیت فصل: بین ۲ تا ۳ سؤال

درجه سختی: متوسط رو به بالا

پیش نیاز: پیش نیاز ندارد..

دید کلی فصل: این فصل از ۳ بخش تشکیل شده است.

۱- شمارش (۱ تست مستقیم در کنکور دارد)

۲- احتمال (حداقل یک تست در کنکور دارد)

۳- چرخه آمار (کاملاً جنبه حفظی دارد به جز)

شمارش

مسائل این قسمت شامل بخش‌های زیر است:

۱- اصل ضرب و جمع

۲- فاکتوریل و جایگشت

۳- تبدیل و ترکیب

اصل ضرب: وابسته بودن اعمال به هم و

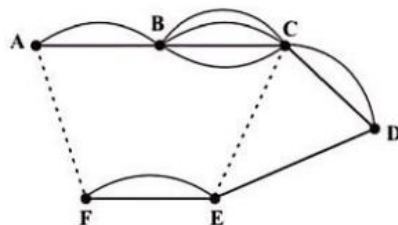
اصل جمع: وابسته بودن اعمال از هم یا

رایج‌ترین سبک سوالات: سوالات مربوط به مسیرها

۱- در شکل زیر، تعداد راه‌ها از شهر A به E با عبور از B، C یا عبور از B، C و D یا عبور از F برابر با ۴۲ و

تعداد راه‌ها برای رفتن از شهر D به شهر C مستقیم یا عبور از شهرهای دیگر برابر ۸۴ است. تعداد راه‌های

مستقیم از بین A و F کدام است؟ (هر بار از هر شهر یک مرتبه می‌توانیم عبور کنیم).



۲ (۱)

۵ (۳)

۳ (۲)

۶ (۴)

فاکتوریل:

برای هر عدد طبیعی n ، داریم:

$$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 1$$

فاکتوریل‌های پرکاربرد:

$$0! = 1, 1! = 1, 2! = 2$$

$$3! = 6, 4! = 24, 5! = 120, 6! = 720$$

جایگشت:

به تعداد حالات قرار گرفتن n شیء متمایز کنار هم جایگشت آن، آشیاء گوییم که برابر است با $n!$

تذکر مهم: اگر در بین این n شیء، r شیء مشابه باشند جایگشت آن برابر است با: $\frac{n!}{r!}$

رایج ترین سبک سؤال:

۱- نوشتن اعداد با شرط مشخص

۲- مسائل ساختن کلمه

۳- کنار هم قرار گرفتن

۲- با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ چند عدد ۵ رقمی بدون تکرار ارقام می توان نوشت که بر ۵ بخش پذیر بوده و از

۳۰۰۰۰ بزرگ تر باشد؟

۱۲ (۲)

۱۸ (۱)

۲۴ (۴)

۱۶ (۳)

۳- با جایگشت حروف کلمه «گلاب گیری» چند کلمه ۸ حرفی (بدون توجه به معنا) می توان نوشت که حروف

یکسان کنار هم بوده و بین حرف «الف» و «ب» دقیقاً دو حرف دیگر قرار گیرد؟

۱۸۰ (۲)

۲۴۰ (۱)

۹۶ (۴)

۱۲۰ (۳)

تبدیل

تعداد انتخاب های r شیء از بین n شیء متمایز را که در آن ها ترتیب قرار گرفتن r شیء انتخاب شده اهمیت

دارد؟

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

در واقع تبدیل همان تعداد جایگشت های r شیء از n شیء است.

ترکیب:

تعداد انتخاب‌های r شیء از بین n شیء متمایز را که در آن‌ها ترتیب قرار گرفتن r شیء انتخاب شده اهمیت ندارد.

$$C(n, r) = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

تفاوت

اگر جایگاه قرار گرفتن اهمیت داشته باشد $\leftarrow$ تبدیل.

رایج‌ترین سبک سوالات:

- مسائل انتخابی

- مسائل زیرمجموعه‌ها

۴- با ارقام ۱, ۲, ۳, ..., ۹ چند عدد ۴۰ رقمی می‌توان تشکیل داد. به طوری که فقط یک رقم آن زوج باشد؟

$$۶۴۰ \quad (۱) \qquad ۷۲۰ \quad (۲)$$

$$۷۸۰ \quad (۳) \qquad ۹۶۰ \quad (۴)$$

۵- از هریک از مدارس A, B, C, D, E چهار نفر به اردوگاه دانش‌آموزی دعوت شده‌اند به چند طریق می‌توان

سه دانش‌آموز که دو به دو غیر هم‌مدرسه‌ای هستند انتخاب کرد؟

$$۱۶۰ \quad (۱) \qquad ۳۲۰ \quad (۲)$$

$$۶۴۰ \quad (۳) \qquad ۴۸۰ \quad (۴)$$

تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه n عضوی:

۱- تعداد زیرمجموعه‌های k عضوی یک مجموعه n عضوی $\binom{n}{k}$

۲- تعداد زیرمجموعه‌های k عضوی یک مجموعه n عضوی شامل t عضو به خصوص $\binom{n-t}{k-t}$

۳- تعداد زیرمجموعه‌های k عضوی یک مجموعه n عضوی فاقد r عضو مشخص $\binom{n-r}{k}$

۴- تعداد کل زیرمجموعه‌های یک مجموعه n عضوی 2^n است.

۶- تعداد زیرمجموعه‌های ۴ عضوی مجموعه $\{0, 1, 2, 4, 6, 8, 9\}$ که شامل عدد ۸ باشد، ولی شامل عدد ۴

نباشد، کدام است؟

۲۰ (۲)

۱۰ (۱)

۵۰ (۴)

۴۰ (۳)

جایگشت یکی در میان

اگر بخواهیم اعضاء دو گروه یکی در میان در یک صف کنار هم قرار بگیرند دو حالت زیر رخ می‌دهد:

الف) تعداد اعضاء دو گروه با هم برابر باشند.

(جایگشت اعضاء گروه دوم) $\times$ (جایگشت اعضاء گروه اول) $\times 2 =$ تعداد جایگشت‌ها

ب) تعداد اعضاء یک واحد اختلاف داشته باشند.

(جایگشت اعضاء گروه دوم) $\times$ (جایگشت اعضاء گروه اول) $=$ تعداد جایگشت‌ها

۷- چهار سرباز و سه فرمانده به چند طریق می‌توانند در یک ردیف قرار گیرند، به‌طوری که حداقل دو سرباز کنار

هم باشند؟

۴۸۹۶ (۲)

۳۶۰۰ (۱)

۱۷۲۸ (۴)

۵۰۴۰ (۳)

احتمال

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \rightarrow \begin{array}{l} \text{تعداد اعضاء فضای مطلوب} \\ \text{تعداد اعضاء فضای نمونه‌ای} \end{array}$$

فضاهای نمونه‌ای پر کاربرد:

- تاس: 6^n

- سکه یا فرزند: 2^n

تیپ رایج سؤالات:

- سؤالات ترکیبی با شارش

- سکه، تاس، فرزند

- مهره‌های رنگی

- احتمال متمم

- سؤالات ترکیبی با اعمال بر روی پیشامدها

۸- یک تیم فوتسال شامل ۵ بازیکن ذخیره به همراه مربی و سرپرست تیم خود قرار است راهی یک اردوی

ورزشی شوند. اگر برای رفتن از یک خودرو با ۵ سرنشین استفاده کنند (۵ نفر به اردو می‌روند) احتمال آن‌که

مربی و سرپرست تیم حق رانندگی داشته باشند و ۲ بازیکن ذخیره هم‌زمان با هم به اردو نروند، چقدر است؟

$$\frac{32}{63} \quad (1) \qquad \frac{35}{67} \quad (2)$$

$$\frac{40}{63} \quad (3) \qquad \frac{15}{67} \quad (4)$$

۹- سه تاس سالم را با هم پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال مجموع اعداد ظاهر شده برابر پنج است؟

$$\frac{1}{72} \quad (1) \qquad \frac{1}{108} \quad (2)$$

$$\frac{1}{18} \quad (3) \qquad \frac{1}{36} \quad (4)$$

۱۰- در یک خانواده ۱۰ فرزندی چقدر احتمال دارد که از ۴ فرزند اول، دقیقاً دو فرزند پسر و از ۴ فرزند آخر، دقیقاً

یک فرزند دختر باشد؟

$$\begin{array}{ll} (1) \frac{71}{128} & (2) \frac{5}{32} \\ (3) \frac{3}{32} & (4) \frac{73}{128} \end{array}$$

۱۱- در کیسه‌ای n مهره وجود دارد که ۴ تای آن سفید و بقیه به رنگ سبز است. دو مهره به‌طور تصادفی از

کیسه خارج می‌کنیم. اگر احتمال سفید بودن هر دو مهره برابر $\frac{2}{5}$ باشد، احتمال آنکه دو مهره خارج شده یکی

سفید و دیگری به رنگ سبز باشد، کدام است؟

$$\begin{array}{ll} (1) \frac{2}{5} & (2) \frac{3}{5} \\ (3) \frac{7}{15} & (4) \frac{8}{15} \end{array}$$

۱۲- از جعبه‌ای شامل ۴ مهره سبز، ۵ مهره آبی و ۳ مهره قرمز، به تصادف ۳ مهره انتخاب می‌کنیم، با کدام

احتمال در میان مهره‌های انتخابی حداقل یک مهره آبی وجود دارد؟

$$\begin{array}{ll} (1) \frac{35}{44} & (2) \frac{37}{44} \\ (3) \frac{39}{44} & (4) \frac{41}{44} \end{array}$$

پیشامدها و برخی اعمال روی آن‌ها

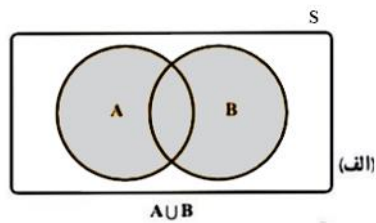
اگر A و B پیشامدهایی در فضای نمونه‌ای S باشند، در این صورت هریک از پیشامدها $(A \cup B)$ ، $(A \cap B)$ و

$(A - B)$ در فضای نمونه‌ای S به‌صورت زیر توصیف می‌شوند:

الف) اجتماع دو پیشامد:

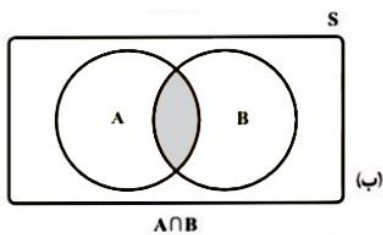
پیشامد $(A \cup B)$ وقتی رخ می‌دهد (اتفاق می‌افتد) که حداقل یکی از دو پیشامد رخ بدهد. (یا A رخ بدهد یا

B رخ بدهد یا هر دو رخ بدهند).



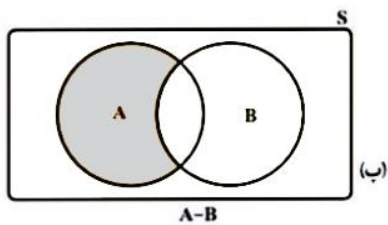
(ب) اجتماع دو پیشامد:

پیشامد $(A \cup B)$ وقتی رخ می‌دهد (اتفاق می‌افتد) که حداقل یکی از دو پیشامد رخ بدهد. (یا A رخ بدهد یا B رخ بدهد یا هر دو رخ بدهند).



(پ) تفاضل دو پیشامد

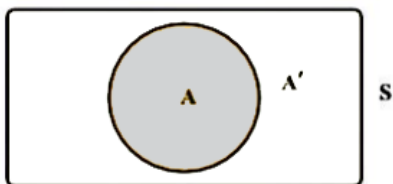
پیشامد $(A - B)$ وقتی رخ می‌دهد که پیشامد A رخ بدهد و پیشامد B رخ ندهد.



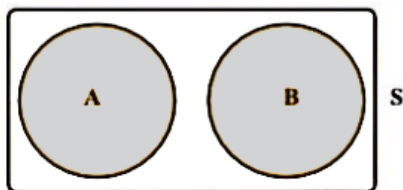
(ت) متمم یک پیشامد

اگر A یک پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشد، متمم پیشامد A که با A' (یا A^c) نمایش داده می‌شود، وقتی

رخ می‌دهد که پیشامد A رخ ندهد؛ بنابراین با توجه به نمودار واضح است که $A \cap A' = \emptyset$ و $A \cup A' = S$



تعریف: اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند و $A \cap B = \emptyset$ ، در این صورت A و B را دو پیشامد ناسازگار می‌نامیم. در واقع دو پیشامد ناسازگار هیچ‌گاه با هم رخ نمی‌دهند.



تذکر: با توجه به تعریف متمم یک پیشامد، همواره هر پیشامد تصادفی مانند A و متمم آن یعنی A' ، دو پیشامد ناسازگارند.

اگر A ، B و C سه پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند، این سه پیشامد را دو به دو ناسازگار می‌نامیم. هرگاه $A \cap B = \emptyset$ و $A \cap C = \emptyset$ و $B \cap C = \emptyset$ باشد.

۱۳- اگر A و B دو پیشامد ناسازگار و $P(A) = \frac{4}{9}$ و $P(B - A) = \frac{3}{7}$ باشند، مقدار $P((A \cup B)')$ کدام است؟

$$\frac{35}{63} \quad (2)$$

$$\frac{8}{63} \quad (1)$$

$$\frac{12}{63} \quad (4)$$

$$\frac{51}{63} \quad (3)$$