

استاد محمد تہزنندہ

احتمال

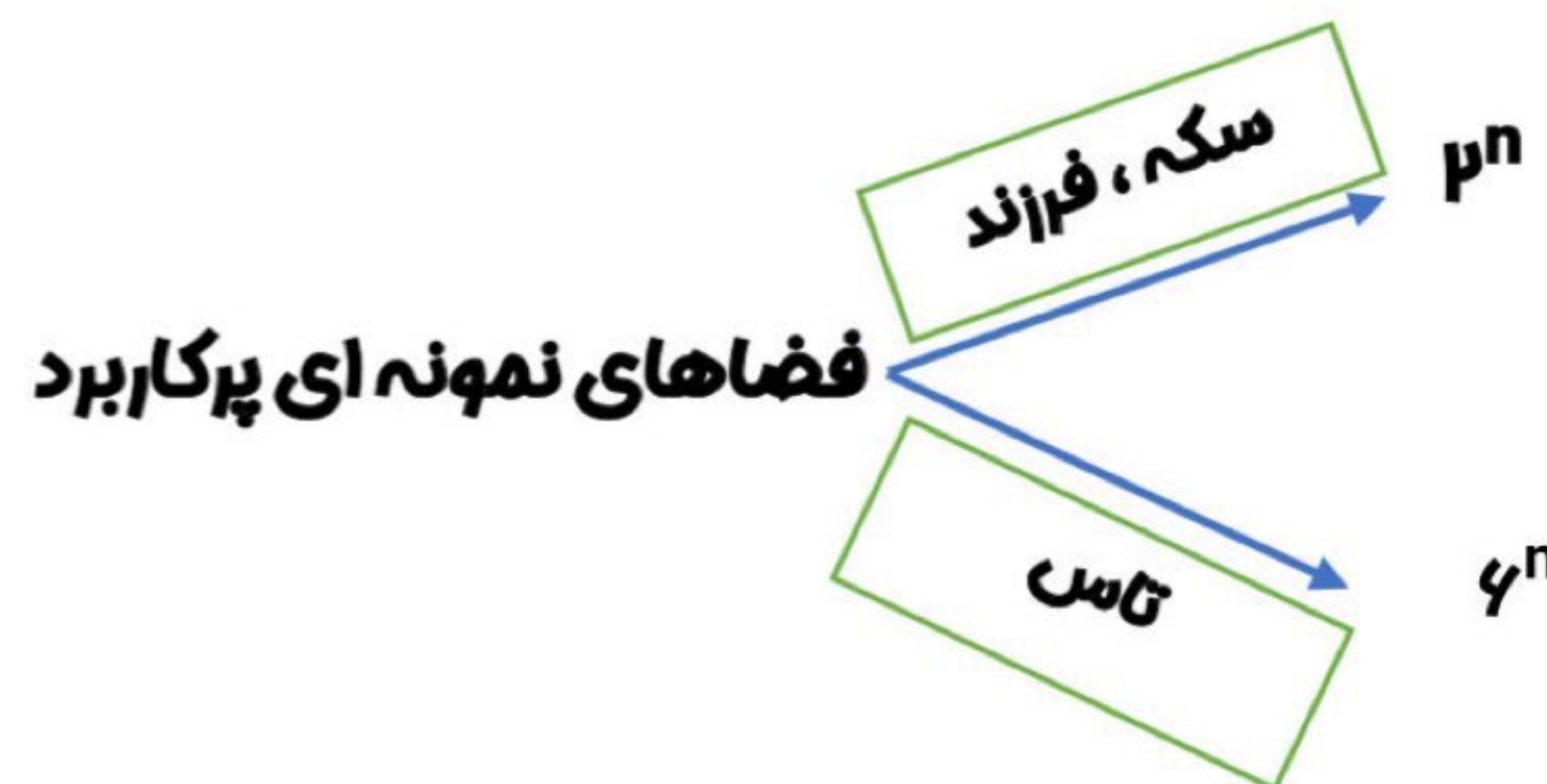




فضای نمونه:

مجموعه همه حالت های ممکن در به وقوع پیوستن یک پدیده یا آزمایش تصادفی را فضای نمونه ای آن آزمایش تصادفی می گویند و با نماد S نمایش می دهند.

به عنوان مثال فضای نمونه ای پرتاب یک سکه به صورت $\{پ و پ\}$ و فضای نمونه ای تولد دو فرزند به صورت $\{(دود) (پ و پ) (د و پ) (پ و د)\}$ است.



۱) یک سکه و دو تاس را باهم پرتاب می کنیم تعداد اعضا فضای نمونه ای کدام است؟

پاسخ:

.....

نکته: در صورتیکه آزمایشی متشکل از n آزمایش با فضاهای نمونه ای S_1 و S_p باشند، فضای نمونه ای آن $S_1 \times S_p$ است.

۲) تاسی را پرتاب می کنیم اگر عدد کمتر از ۴ بیاید، ۳ سکه و اگر عدد بیشتر از ۴ بیاید، ۲ سکه پرتاب می کنیم. فضای نمونه ای چند عضو دارد؟

پاسخ:





پیشامد تصادفی:

هر زیر مجموعه از فضای نمونه ای S را یک پیشامد تصادفی گوییم.

پیشامد غیر ممکن:

تهی را یک پیشامد نشدنی یا غیر ممکن گوییم. مانند آمدن عدد ۷ در پرتاب تاس

پیشامد قطعی:

هر زیر مجموعه از فضای نمونه ای S را یک پیشامد تصادفی گوییم.

اعمال روی پیشامد

اجتماع دو پیشامد: اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه ای S باشند پیشامد $A \cup B$ زمانی رخ می دهد که A یا B یا هر ۲ رخ دهند یا به عبارتی حداقل یکی از ۲ پیشامد های A یا B رخ دهند.

تفاضل دو پیشامد: $A - B$ زمانی رخ می دهد که پیشامد A رخ دهد و پیشامد B رخ ندهد.

متمم یک پیشامد: اگر S فضای نمونه ای یک پدیده تصادفی و A پیشامدی از آن باشد، در این صورت متمم A را با نماد A' نمایش می دهیم و زمانی رخ می دهد که پیشامد A رخ ندهد.

مثلا در فضای نمونه ای پرتاب یک تاس اگر A پیشامد آمدن عدد زوج باشد، A' پیشامد آمدن عدد فرد است.

۳) یک راننده تاکسی خطی در مسیر رفت با حداکثر ۳ مسافر و در مسیر برگشت با حداکثر ۴ مسافر حرکت می کند. اگر فقط تعداد مسافر ها در دو مسیر رفت و برگشت، مهم باشد:

الف) تعداد اعضای فضای نمونه ای

پاسخ:





ب) پیشامدی که در آن، در حداقل یکی از مسیر ها لااقل ۲ مسافر داشته باشد.
پاسخ:

.....

احتمال رخداد پیشامد A:

اگر S فضای نمونه ای یک آزمایش تصادفی هم شانس متناهی یا A یک پیشامد باشد، آنگاه احتمال رخداد پیشامد A را با $P(A)$ نشان می دهیم:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\text{تعداد حالات مطلوب}}{\text{تعداد حالات ممکن}}$$

نکته: در پرتاب n سکه احتمال آنکه K مرتبه « رو » (K مرتبه، پشت) ظاهر شود

$$\frac{\binom{n}{k}}{p^n}$$

توجه کنید از این رابطه برای تولد فرزند یا هر پیشامد ۲ حالت ($\frac{1}{p}$ شانس) می توان بهره برد.

قبل بررسی تست ها چند مثال محاسباتی را بررسی می کنیم.

$$1) \binom{10}{4} =$$

$$2) \binom{8}{5} =$$

$$3) \binom{7}{2} =$$





بهتر است بدانیم

$$۱) \binom{n}{n} = \binom{n}{0} = 1 \rightarrow \binom{r}{r} = \binom{r}{0} = 1$$

$$۲) \binom{n}{r} = \frac{n(n-1)}{r} \rightarrow \binom{r}{r} = \frac{r \times r}{r} = ۱$$

$$۳) \binom{n}{r} = \frac{n(n-1)(n-2)}{r!} \rightarrow \binom{r}{r} = \frac{r \times r \times r}{r} = r$$

$$۴) \binom{n}{k} = \binom{n}{n-k} \rightarrow \binom{r}{5} = \binom{r}{r} = ۱$$

۴) در پرتاب ۵ سکه احتمال آنکه ۴ مرتبه پشت ظاهر شود؟

پاسخ:

.....

۵) در تولد ۴ فرزند احتمال آنکه ۳ فرزند دختر یا ۲ فرزند پسر باشند؟

پاسخ:

.....

۶) در پرتاب ۱۰ تاس احتمال آنکه ۸ مرتبه عدد اول ظاهر شود؟

پاسخ:





۷) در خانواده ای با ۵ فرزند احتمال آنکه تعداد فرزندان دختر و پسر حداقل ۲ واحد اختلاف داشته باشد؟

پاسخ:

.....

۸) در خانواده ای با ۱۰ فرزند احتمال آنکه فرزند دهم، سومین پسر خانواده باشد؟

پاسخ:

.....

۹) تاسی را سه بار پرتاب می کنیم احتمال آنکه در هیچ ۲ پرتاب متوالی اعداد زوج ظاهر نشود؟

$$\frac{5}{8} (۴)$$

$$\frac{1}{6} (۳)$$

$$\frac{3}{8} (۲)$$

$$\frac{1}{4} (۱)$$

پاسخ:

.....

۱۰) سکه سالمی را ۵ بار می اندازیم، احتمال آنکه حاصل همه پرتاب ها یکسان نباشد کدام است؟

$$\frac{15}{16} (۴)$$

$$\frac{7}{16} (۳)$$

$$\frac{7}{8} (۲)$$

$$\frac{31}{32} (۱)$$

پاسخ:





۱۱) ۳ تاس سالم و یکسان را با هم پرتاب می کنیم، احتمال آنکه سه عدد ۱ و ۲ شده یک دنباله حسابی با قدر نسبت ۲ تشکیل بدهد، کدام است؟

$$\frac{1}{9} (۴)$$

$$\frac{1}{6} (۳)$$

$$\frac{1}{18} (۲)$$

$$\frac{1}{36} (۱)$$

پاسخ:

.....

۱۲) در پرتاب تعداد زیادی تاس، احتمال آمدن عدد ۴ قبل از ۶ کدام است؟ سراسری ۹۷

$$\frac{1}{4} (۴)$$

$$\frac{1}{6} (۳)$$

$$\frac{1}{4} (۲)$$

$$\frac{1}{3} (۱)$$

پاسخ:

.....

۱۳) در پرتاب ۲ سکه و حداقل یک تاس با هم، احتمال آنکه حداقل یک سکه ۱ و ۲ عدد تاس مضرب ۳ باشد کدام است؟ سراسری ۹۱

$$\frac{1}{18} (۴)$$

$$\frac{1}{4} (۳)$$

$$\frac{1}{6} (۲)$$

$$\frac{1}{12} (۱)$$

.....

۱۴) دو سکه و یک تاس را با هم پرتاب می کنیم. با کدام احتمال هر ۲ سکه ۱ و یا تاس ۶ ظاهر می شود؟

سراسری ۹۶

$$\frac{1}{18} (۴)$$

$$\frac{1}{4} (۳)$$

$$\frac{1}{6} (۲)$$

$$\frac{1}{12} (۱)$$

پاسخ:





۱۵) در پرتاب ۲ تاس احتمال آنکه مجموع اعداد رو شده مضرب ۴ باشد کدام است؟ سراسری ۹۷

$$\frac{1}{5} (۴)$$

$$\frac{1}{6} (۳)$$

$$\frac{1}{۳} (۲)$$

$$\frac{1}{۴} (۱)$$

پاسخ:

.....

۱۶) در پرتاب ۲ تاس احتمال آنکه مجموع اعداد رو شده مضرب ۳ باشد کدام است؟

$$\frac{۷}{۱۳} (۴)$$

$$\frac{۳}{۱۱} (۳)$$

$$\frac{1}{۱۶} (۲)$$

$$\frac{1}{۱۲} (۱)$$

پاسخ:

.....

۱۷) در پرتاب ۲ تاس احتمال آنکه مجموع اعداد رو شده عدد اول باشد کدام است؟ سراسری ۹۳

$$\frac{۲}{۷} (۴)$$

$$\frac{1}{۴} (۳)$$

$$\frac{۵}{۱۲} (۲)$$

$$\frac{۷}{۱۱} (۱)$$

پاسخ:

.....

۱۸) دو تاس را با هم می اندازیم، با کدام احتمال دو عدد رو شده متوالی اند؟ سراسری ۹۵

$$\frac{۴}{۹} (۴)$$

$$\frac{۷}{۱۸} (۳)$$

$$\frac{۵}{۱۸} (۲)$$

$$\frac{۲}{۹} (۱)$$

پاسخ:





مهره های رنگی:

اگر بخواهیم از کیسه ای محتوی n مهره، k مهره به تصادف خارج کنیم تعداد اعضای فضای نمونه ای از رابطه $\binom{n}{k}$ به دست می آید.

۱۹) از کیسه ای محتوی ۵ مهره سیاه، ۳ قرمز و ۴ آبی، ۳ مهره به تصادف انتخاب می کنیم. احتمال آنکه فقط یک مهره سیاه باشد کدام است؟

پاسخ:

.....

۲۰) از کیسه ای محتوی ۴ مهره سیاه، ۳ قرمز و ۲ آبی، ۴ مهره خارج می کنیم. احتمال آنکه ۲ مهره سیاه باشند کدام است؟

پاسخ:

.....

۲۱) در کیسه ای ۴ مهره سیاه، ۳ قرمز و ۵ آبی وجود دارد، ۳ مهره به تصادف خارج می کنیم. احتمال آنکه هر ۳ مهره هم رنگ باشند کدام است؟

پاسخ:

.....

۲۲) در کیسه ای ۲ مهره سفید، ۵ مهره سیاه و ۳ مهره قرمز وجود دارد. ۲ مهره خارج می کنیم. احتمال آنکه رنگ مهره های یکسان نباشند کدام است؟ سراسری ۹۴

پاسخ:





(۲۳) در ظرفی ۴ مهره سفید، ۳ مهره سیاه و ۵ مهره قرمز وجود دارد. به تصادف ۳ مهره خارج می کنیم. احتمال آنکه حداقل یک مهره سفید باشد کدام است؟

پاسخ:

.....

(۲۴) در کیسه ای ۵ مهره سفید، ۴ مهره سیاه و ۳ مهره آبی وجود دارد. ۳ مهره به تصادف خارج می کنیم. با کدام احتمال رنگ مهره های خارج شده متفاوت است؟ سراسری ۹۴

$$\frac{4}{11} (۴)$$

$$\frac{7}{22} (۳)$$

$$\frac{3}{11} (۲)$$

$$\frac{5}{22} (۱)$$

پاسخ:

.....

(۲۵) در کیسه ای ۵ مهره سفید، ۳ مهره سیاه و ۲ مهره قرمز وجود دارد. ۳ مهره به تصادف از کیسه خارج می کنیم. با کدام احتمال فقط ۲ مهره خارج شده هم رنگ هستند؟ سراسری ۹۶

$$\frac{31}{40} (۴)$$

$$\frac{29}{120} (۳)$$

$$\frac{37}{40} (۲)$$

$$\frac{141}{120} (۱)$$

پاسخ:





(۲۶) در جعبه ای ۷ مهره سیاه، ۵ مهره آبی و ۲ مهره قرمز وجود دارد. به تصادف ۴ مهره از آن بیرون می آوریم. با کدام احتمال ۱ مهره قرمز و حداقل ۲ مهره سیاه خارج شده است؟ سراسری ۹۴

$$\frac{50}{143} (۴)$$

$$\frac{40}{143} (۳)$$

$$\frac{22}{77} (۲)$$

$$\frac{30}{91} (۱)$$

پاسخ:

.....

(۲۷) در ظرفی ۵ مهره سفید و ۳ مهره سیاه و در ظرف دیگر ۴ مهره سفید و ۲ مهره سیاه موجود است. به تصادف از هر ظرف ۲ مهره بیرون می آوریم، با کدام احتمال ۴ مهره خارج شده هم رنگ هستند؟ سراسری ۹۳

$$0/24 (۴)$$

$$0/18 (۳)$$

$$0/15 (۲)$$

$$0/12 (۱)$$

پاسخ:

.....

(۲۸) در کیسه ای ۳ مهره سیاه، ۴ مهره قرمز و ۳ مهره آبی وجود دارد. از این کیسه ۳ مهره به تصادف خارج می کنیم. احتمال آنکه حداقل ۲ مهره هم رنگ باشند، کدام است؟

$$0/7 (۴)$$

$$0/3 (۳)$$

$$0/4 (۲)$$

$$0/6 (۱)$$

پاسخ:





(۲۹) دو جعبه A و B را در اختیار داریم. در جعبه A، ۳ مهره سفید و ۴ مهره سیاه و در جعبه B، ۴ مهره سفید و ۵ مهره سیاه وجود دارد. از هر جعبه یک مهره به تصادف خارج می‌کنیم، با کدام احتمال ۲ مهره هم‌رنگ هستند؟

پاسخ:

.....

(۳۰) در داخل کیسه‌ای ۴ مهره سفید، ۴ مهره زرد و ۵ مهره سیاه وجود دارد. ۳ مهره به تصادف از ظرف خارج می‌کنیم، با کدام احتمال سه مهره خارج شده فقط از دو رنگ مختلف هستند؟

$$\frac{67}{91} (۴)$$

$$\frac{43}{45} (۳)$$

$$\frac{24}{91} (۲)$$

$$\frac{22}{45} (۱)$$

پاسخ:

.....

(۳۱) در ظرفی ۳ مهره سفید، ۵ مهره قرمز و ۱ مهره صورتی وجود دارد. به طور تصادفی ۴ مهره خارج می‌کنیم، با کدام احتمال هر ۳ رنگ در مهره‌های خروجی دیده می‌شود؟

$$\frac{9}{14} (۴)$$

$$\frac{25}{42} (۳)$$

$$\frac{5}{14} (۲)$$

$$\frac{4}{42} (۱)$$

پاسخ:

.....

(۳۲) در آزمایشگاهی ۳-k موش سفید و k موش سیاه وجود دارد. اگر دو موش به طور تصادفی از آزمایشگاه بیرون آوریم و احتمال اینکه هر دو از یک رنگ باشند ۵/۰ باشد، آنگاه در این آزمایش چند موش وجود دارد؟

$$9 (۴)$$

$$7 (۳)$$

$$11 (۲)$$

$$5 (۱)$$

پاسخ:





۴۸) در ظرف A، پنج مهره قرمز و ۳ مهره آبی و در ظرف B، چهار مهره قرمز و ۲ مهره آبی موجود است. چهار مهره از ظرف A و پنج مهره از ظرف B انتخاب کرده و در ظرف C می ریزیم سپس از ظرف C مهره ای انتخاب می کنیم. احتمال قرمز بودن مهره کدام است؟

$$\frac{1}{4} (۴)$$

$$\frac{1}{4} (۳)$$

$$\frac{1}{3} (۲)$$

$$\frac{1}{4} (۱)$$

پاسخ:

قوانین احتمال

$$۱) 0 \leq P(A) \leq 1$$

$$۲) P(S) = 1$$

$$۳) P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

احتمال آنکه حداقل یکی از ۲ پیشامد A یا B رخ بدهد.

$$۴) P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = P(A \cap B')$$

احتمال آنکه A رخ دهد و B رخ ندهد.

$$۵) P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

A و B مستقل باشند.

$$۶) P(A') = 1 - P(A)$$

$$۷) P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$$

احتمال آنکه فقط یکی از دو پیشامد A یا B رخ دهد.

۴۹) ۳۰ درصد از دانش آموزان یک کلاس در والیبال و ۵۵ درصد در فوتبال مهارت دارند. اگر ۷۰ درصد آن ها حداقل در یکی از دو ورزش مهارت داشته باشند، چند درصد فقط در فوتبال مهارت دارند؟

پاسخ:





۵۰) اگر A و B دو پیشامد ناسازگار از فضای نمونه ای S باشند طوری که $P(B) = \frac{۳}{۵}$ و $P(A) = \frac{۴}{۵}$ حاصل $P(A' \cap B) + P(B' \cap A)$ کدام است؟

$\frac{۴}{۵}$ (۴)

$\frac{۳}{۷}$ (۳)

$\frac{۲}{۴۸}$ (۲)

$\frac{۱۲}{۵}$ (۱)

پاسخ:

.....

۵۱) اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه ای S باشند بطوریکه $P(A) = \frac{۲}{۵}$ و $P(B) = \frac{۳}{۵}$ و $P(A - B) + P(B - A) = \frac{۴}{۵}$ ، آنگاه $P(B' \cap A)$ کدام است؟

$\frac{۴}{۵}$ (۴)

$\frac{۳}{۴}$ (۳)

$\frac{۲}{۳}$ (۲)

$\frac{۱}{۲}$ (۱)

پاسخ:

.....

۵۲) اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه ای S باشند، بطوریکه $P(A) = \frac{۴}{۷}$ و $P(B) = \frac{۳}{۷}$ و $P(A \cap B) = \frac{۲}{۷}$ ، آنگاه $P(A' \cap B)$ کدام است؟ سراسری ۹۲

$\frac{۴}{۵}$ (۴)

$\frac{۳}{۴}$ (۳)

$\frac{۲}{۳}$ (۲)

$\frac{۱}{۱}$ (۱)

پاسخ:

.....

۵۳) اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه ای S باشند و داشته باشیم $P(A) = \frac{۳}{۵}$ ، $P(A - B) = \frac{۵}{۵}$ و $P(B) = \frac{۲}{۵}$ مقدار $\frac{P(A \cup B)}{P(A') - P(B')}$ کدام است؟

$\frac{-۳}{۲}$ (۴)

$\frac{-۱۴}{۹}$ (۳)

$\frac{۱۷}{۹}$ (۲)

$\frac{۳}{۲}$ (۱)

پاسخ:





(۵۴) در دو پیشامد مستقل A و B اگر $P(A \cap B) = ۰/۲$ و $P(A \cap B') = ۰/۲$ آنگاه $P(A \cup B)$ کدام است؟
 سراسری ۹۸
 (۱) $۰/۲$ (۲) $۰/۲۵$ (۳) $۰/۸۵$ (۴) $۰/۹$
 پاسخ:

.....

(۵۵) احتمال قبولی فرد A در یک آزمون $۰/۸۴$ و احتمال قبولی فرد B در همان آزمون $۰/۷۵$ است. با کدام احتمال لااقل یکی از آن ها در این آزمون قبول می شوند؟
 (۱) $۰/۹۲$ (۲) $۰/۹۴$ (۳) $۰/۹۶$ (۴) $۰/۹۸$
 پاسخ:

.....

(۵۶) احتمال موفقیت فردی در یک آزمون مستقل P برابر احتمال موفقیت دوست وی است. احتمال موفقیت لااقل یکی از آن دو، $\frac{۷}{۹}$ است. احتمال موفقیت این فرد کدام است؟ سراسری ۹۸
 (۱) $\frac{۱}{۶}$ (۲) $\frac{۱}{۳}$ (۳) $\frac{۴}{۹}$ (۴) $\frac{۲}{۳}$
 پاسخ: